2. Loogikafunktsioonid ja loogikalülitused

2.1. Loogikatehted

Loogikalülituste projekteerimine, talitlus ja selle analüüs põhineb loogikaalgebral (Boole'i algebra). Muutujatel saab siin olla ainult kaks väärtust 0 - väär ja 1 - tõene. Seepärast nimetatakse seda loogikat ka **binaarloogikaks**. Loogilisi muutujaid tähistatakse ladina tähestiku tähtedega. Sõltumatuid muutujaid (sisendeid) nimetatakse **argumentideks**, neist sõltuvaid muutujaid aga **funktsioonideks**. Loogikafunktsiooni kõik argumendid on loogilised muutujad, millel on kaks väärtust 0 ja 1. Kõiki loogikafunktsioone väljendavad kolm põhitehet: loogiline korrutamine, loogiline liitmine ja loogiline eitus.

Loogiline korrutamine (NING). NING-funktsioon on võrdne ühega ainult juhul, kui kõik argumendid on võrdsed ühega. Tehte tähistamiseks kasutatakse nii harilikku korrutus-märki ($\bullet$) kui ka loogilise korrutamise eritähist - katust ($\wedge$). Loogilist korrutamist nimetatakse ka konjunktsiooniks (*conjunction*).

Loogiline liitmine (VÕI). VÕI-funktsioon on üks siis, kui kas või üks argumentidest võrdub ühega. VÕI-tehte tähistamiseks kasutatakse kas pluss (+) märki või loogilise liitmise eritähist - V tähe kujulist märki ($\vee$). Loogilist liitmist nimetatakse ka disjunktsiooniks (*disjunction*).

Loogiline eitus (EI). EI-funktsioonil on argumendi vastandväärtus. Kui argument on 1, siis funktsioon võrdub 0 ning vastupidi. EI-tehet tähistatakse kriipsuga sümboli peal, näiteks argumendi x eitus on $\overline{x}$. Loogilist eitust nimetatakse ka inversiooniks (*negation*).

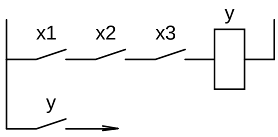
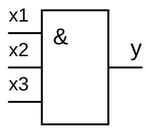
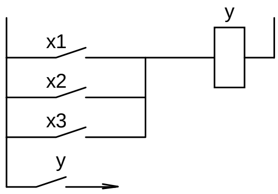
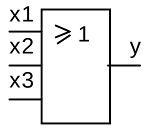
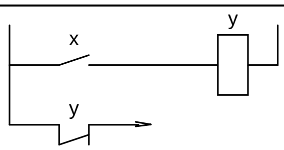
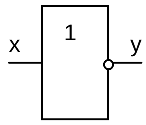
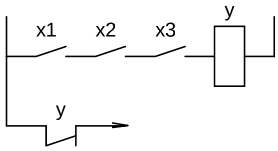
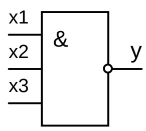
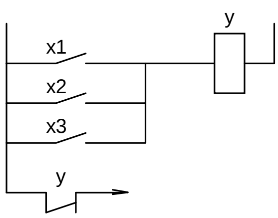
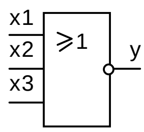
Loetletud kolm loogikatehet moodustavad **loogiliselt täieliku süsteemi**, mida rakendades saab realiseerida mis tahes loogikafunktsiooni. Kõiki kolme loogika põhifunktsiooni on loogikaalgbra reeglite alusel võimalik realiseerida ainult üht tüüpi loogikaelementide kas NING-EI või VÕI-EI abil. Järelikult võib NING-EI- ja VÕI-EI-elemente ning tehteid nendega nimetada **universaalseteks loogikaelementideks ja -teheteks**.

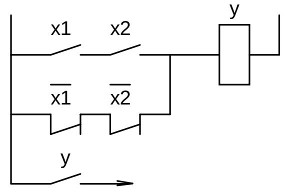
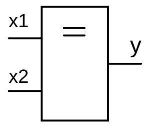
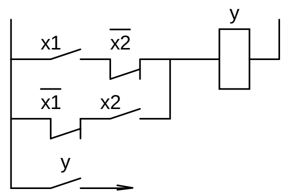
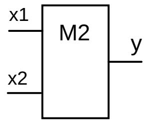
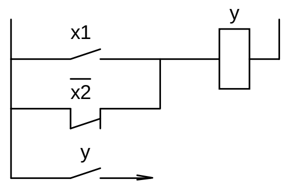
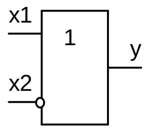
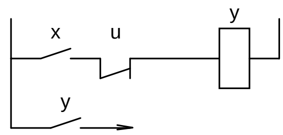
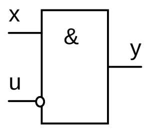
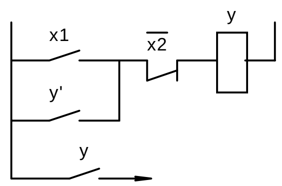
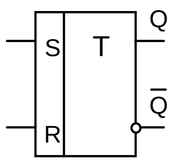
2.2. Loogikalülitused

Lisaks põhifunktsioonidele leiavad kasutamist mitmed loogika tüüpfunktsioonid, nagu alternatiiv, ekvivalentsus, implikatsioon jt. Niisuguste funktsioonide ja elementide olemasolu lihtsustab loogikalülituste sünteesi. Loogikafunktsioonidest ja loogika tüüpelementidest annab ülevaate tabel 1.3. Tabelis on peale loogika põhielementide (1…3) esitatud mitmesugused kombineeritud loogikaelemendid (4…9) ning **mäluelement ehk triger** (10). Keerukamaid loogikalülitusi, mis koosnevad paljudest loogikaelementidest ning on ette nähtud kindlate funktsioonide täitmiseks, nimetatakse **funktsionaalseteks loogikalülitusteks**. Kõiki loogikalülitusi liigitatatkse mäluta **kombinatsioonloogikalülitusteks** ja mäluga **järjendloogikalülitusteks**.

Tabel 2.1

Loogikafunktsioonid ja -elemendid

Nr	Loogika-funktsiooni nimetus	Loogika-funktsiooni selgitus	Loogikafunktsiooni kontaktaseskeem	Loogikafunktsiooni matemaatiline esitus	Loogika-elemendi tähis
1	2	3	4	5	6
1.	NING (kon-junkt-sioon)	Lüli väljundis on signaal 1, kui signaal 1 on tema 1. ning 2. ning 3. ning jne sisendis		$y = x1\cdot x2\cdot x3$ $y = x1\wedge x2\wedge x3$	
2.	VÕI (dis-junkt-sioon)	Lüli väljundis on signaal 1, kui signaal 1 on tema 1. või 2. või 3. või jne sisendis		$y = x1 + x2 + x3$ $y = x1\vee x2\vee x3$	
3.	EI (inver-sioon)	Lüli väljundis on signaal 1, kui tema sisendis on signaal 0 ja vastupidi		$y = \overline{x}$	
4.	NING-EI	Väljundis on signaal 0, kui kõigis sisendites on signaal 1		$\overline{y} = x1\cdot x2\cdot x3$ $\overline{y} = x1\wedge x2\wedge x3$ $y = \overline{x1\cdot x2\cdot x3}$	
5.	VÕI-EI	Väljundis on signaal 0, kui kas või ühes sisendis on signaal 1		$\overline{y} = x1 + x2 + x3$ $\overline{y} = x1\vee x2\vee x3$ $y = \overline{x1 + x2 + x3}$	

1	2	3	4	5	6
6.	Ekvi-valent-sus	Väljundis on signaal 1 ainult siis, kui sisenditel on ühesugused väärtused		$y = x1\cdot x2 + \overline{x1}\cdot\overline{x2}$	
7.	Välistav VÕI	Väljundis on signaal 1 ainult siis, kui sisendite olek on erinev		$y = \overline{x1}\cdot x2 + x1\cdot\overline{x2}$ $y = x1 \oplus x2$	
8.	Impli-katsioon	Väljundis on signaal 0 ainult siis, kui *x*2 = 1 ja *x*1 = 0. Loogiline järeldus		$y = x1 + \overline{x2}$	
9.	Keeld	Väljund võrdub sisendiga *x*, kui signaal *u* on 0. Sinaali *u* = 1 korral on väl-jundis signaal 0 sõltumata sisendist *x*		$y = x\cdot\overline{u}$	
10.	Mälu	Sisendiga *x*1 lülitatakse väljund olekusse 1 ning see olek säilib, kuni seda ei muudeta sisendiga *x*2		$y = (x1 + y')\cdot x2$	

Mäluelemendi reaktsioon sisendsignaalile sõltub sellest, milline on tema **sisemine olek** ehk **mälu**. Mälu saavutatakse tänu tagasisidele **Tagasiside** moodustub seal, kus signaal antakse süsteemi väljundist tagasi sisendisse. Joonisel näidatud kontaktaseskeemi puhul moodustatakse tagasiside relee y abikontaktiga y'.

2.3. Loogikaseadused

Loogikaseadusteks nimetatakse tavaliselt binaarloogika algebra ehk Boole' i algebra seadusi. (*George Boole* [2.11.1815-8.12.1864], *inglise matemaatik ja loogik oli üks matemaatilise loogika rajajaid.*) Algebraks nimetatakse üldjuhul elementide hulka, millega tehakse tehteid, kusjuures nende tehete aluseks on kindlad reeglid ehk aksioomid. Aksioomid määravad ära algebra põhitehete omadused ja seosed. Kuna nüüdismatemaatikas on palju algebra liike (universaalalgebra, hulgaalgebra, loogikaalgebra), siis kehtivad neis ka erinevad tehted ja aksioomid. Boole'i algebra elementideks on binaarloogika signaalid (argumendid) kahe **tõeväärtustega**: väär ehk 0 (*false*) ja tõene ehk 1 (*true*). Võib lisada et polüvalentse (mitmevalentse) loogika puhul on tegemist enam kui kahe erineva tõeväärtusega. Häguslooogika (*fuzzy logic*) puhul antakse tõeväärtustele tõenäosuslikud hinnangud. Nüüdisaegne digitaal- ja arvutustehnika põhineb **binaarloogikal**. Käesolevas raamatus käsitletakse samuti ainult binaarloogikat.

Loogikasignaalidega saab sooritada kõiki loogikatehteid ning moodustada suvalisi loogikafunktsioone. Loogikatehete kohta kehtivad järgmised **binaarloogika aksioomid**:

1. Argumentide järjekorda võib tehtes muuta

$$a \vee b = b \vee a \tag{2.1}$$

2. Sulgusid võib avada ehk funktsiooni võib teisendada loogiliste osakorrutiste summaks

$$a \wedge (b \vee c) = a \wedge b \vee a \wedge c \tag{2.2}$$

3. Funktsiooni võib teisendada loogiliste osasummade korrutiseks

$$a \vee b \wedge c = (a \vee b) \wedge (a \vee c) \tag{2.3}$$

4. Argumendi ja tema eituse loogiline korrutis võrdub nulliga ega muuda loogilise summa väärtust

$$a \vee a \wedge \overline{a} = a \,. \tag{2.4}$$

5. Suvalise argumendi ja tema eituse loogiline summa võrdub alati ühega

$$a \vee \overline{a} = b \vee \overline{b} = 1 \,. \tag{2.5}$$

6. Suvalise argumendi ja tema eituse loogiline korrutis võrdub alati nulliga

$$a \wedge \overline{a} = b \wedge \overline{b} = 0 \,. \tag{2.6}$$

Loogikatehete ja aksioomide põhjal leitakse kahendarvude kohta kehtivad loogikareeglid ja alljärgnevad **kahendarvude loogikatehted:**

$$\begin{gathered} \overline{0} = 1; \ \overline{1} = 0; \\ 0 \wedge 0 = 0; \quad 0 \wedge 1 = 0; \quad 1 \wedge 0 = 0; \quad 1 \wedge 1 = 1; \\ 0 \vee 0 = 0; \quad 0 \vee 1 = 1; \quad 1 \vee 0 = 1; \quad 1 \vee 1 = 1. \end{gathered} \tag{2.7}$$

Võrdluseks võib esitada **kahendarvude aritmeetikatehted:**

$$0 \cdot 0 = 0; \quad 0 \cdot 1 = 0; \quad 1 \cdot 0 = 0; \quad 1 \cdot 1 = 1; \tag{2.8}$$
$$0 + 0 = 0; \quad 0 + 1 = 1; \quad 1 + 0 = 1; \quad 1 + 1 = 10.$$

Kahendarvude loogika- ja aritmeetikatehted langevad enamuses kokku, välja arvatud loogiline ja aritmeetiline liitmistehe $1 \vee 1 = 1$ ning $1 + 1 = 10$, mille tulem on erinev. Seepärast tuleb loogika- ja aritmeetikatehteid kindlalt eristada ja loogikatehete tähistamiseks võib kasutada aritmeetikatehete märke vaid juhul kui pole ohtu neid tehteid segi ajada.

Loogikaaksioomide põhjal tuletatakse peamised loogikaseadused:

1. **Domineerimisseadus I**. Suvalise muutujate hulga konjunktsioon on null (tühihulk), kui kas või ainult üks muutujatest võrdub nulliga

$$0 \wedge a \wedge b \wedge c \wedge \cdots = 0. \tag{2.9}$$

2. **Domineerimisseadus II**. Suvalise muutujate hulga disjunktsioon on üks (universaalhulk), kui kas või ainult üks muutujatest võrdub ühega

$$1 \vee a \vee b \vee c \vee \cdots = 1. \tag{2.10}$$

3. **Idempotentsus- ehk samaväärsusseadus** (kehtib ka kolme ja enama muutuja kohta). Argumendi loogiline korrutamine või liitmine iseendaga ei muuda tulemi väärtust

$$a \cdot a = a; \quad a + a = a. \tag{2.11}$$

4. **Eituse eitamise seadus**. Argumendi väärtus tema kahekordsel eitamisel ei muutu

$$\overline{\overline{a}} = a. \tag{2.12}$$

5. **Komplementaarsus- ehk täiendiseadus**. Argumendi ja tema eituse ehk täiendi loogiline korrutis on null, loogiline summa üks

$$a \cdot \overline{a} = 0; \quad a + \overline{a} = 1. \tag{2.13}$$

6. **Kommutatiivsusseadus**. Argumentide järjekorda loogikatehetes võib muuta

$$a \cdot b = b \cdot a; \quad a + b = b + a. \tag{2.14}$$

7. **Assotsiatiivsusseadus**. Mitme argumendi loogilist korrutamist ja loogilist liitmist võib sooritada suvalises järjekorras või samaaegselt

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c;$$
$$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c. \tag{2.15}$$

8. **Distributiivsusseadus** (sulgude avamise seadus). Argumentide loogilist summat võib loogiliselt korrutada argumendiga *a* või korrutada esmalt kõiki argumente *a*-ga ning seejärel need korrutised loogiliselt liita. Argumentide loogilisele korrutisele võib liita argumendi *a* või esmalt liita loogiliselt kõikidele argumentidele *a* ning seejärel need

summad loogiliselt korrutada. Kui esimene teisendus vastab sulgude avamisele arvude algebras, siis teine on rakendatav üksnes loogikaalgebras

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c;$$
$$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c). \tag{2.16}$$

9. **Absorbtsiooni- ehk neelduvusseadused**. Kui kahe argumendi loogilist summat, kus üheks argumendiks on *a*, korrutada sama argumendiga *a*, siis teine argument neeldub ning tulemiks on samuti *a*. Sama kehtib ka siis, kui korrutatavaid summasid on rohkem ning kui kõigis neis sisaldub ühe argumendina *a*. Seadus on rakendatav nii summade korrutiste kui ka korrutiste summade kohta. Kui osasummas või osakorrutises sisaldub argumendi *a* eitus (inversioon), on tulemiks *a* ja teise argumendi korrutis *ab* või summa *a*+*b*

$$a \cdot (a + b) = a;$$
$$a \cdot (a + b) \cdot (a + c) \cdots (a + w) = a;$$

$$a + a \cdot b = a;$$
$$a + a \cdot b + a \cdot c + \cdots + a \cdot w = a; \tag{2.17}$$

$$a \cdot (\overline{a} + b) = a \cdot b;$$
$$a + \overline{a} \cdot b = a + b.$$

10. **Kleepimisseadus**. Kui üks loogiline korrutis sisaldab argumenti *b* ja teine selle eitust, siis nende korrutiste loogilisel summeerimisel argument koondub. Kui üks loogiline summa sisaldab argumenti *b* ja teine selle eitust, siis nende summade loogilisel korrutamisel argument koondub

$$a \cdot b + a \cdot \overline{b} = a;$$
$$(a + b) \cdot (a + \overline{b}) = a; \tag{2.18}$$

Üldised kleepimisseadused:

$$a \cdot b + \overline{a} \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + \overline{a} \cdot c;$$

$$(a + b) \cdot (\overline{a} + c) \cdot (b + c) = (a + b) \cdot (\overline{a} + c); \tag{2.19}$$

$$(a + b) \cdot (\overline{a} + c) = a \cdot c + \overline{a} \cdot b.$$

11. **De Morgani seadused**. Argumentide loogilise korrutise eitus võrdub nende argumentide eituste loogilise summaga. Argumentide loogilise summa eitus võrdub nende argumentide eituste loogilise korrutisega. De Morgani seadusi rakendades saab asendada loogilise liitmistehte loogilise korrutamisega ning vastupidi loogilise korrutamise tehte loogilise liitmisega

$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b};$$

$$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b};$$

$$\overline{a \cdot b \cdot c \cdots w} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + \cdots + \overline{w}; \tag{2.20}$$

$$\overline{a + b + c + \cdots + w} = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdots \overline{w}.$$

Üldistatud De Morgani ehk Shannoni seadus

$$\overline{f(a,b,c,\cdots w,\cdot,+)} = f(\overline{a},\overline{b},\overline{c},\cdots,\overline{w},+,\cdot) \tag{2.21}$$

Loogikaseadusi saab tõestada loogika tõeväärtustabelitega või relee-kontaktskeemide abil. De Morgani seaduste tõestus loogika tõeväärtustabelite abil on toodud tabelis 1.4. Ühtlasi näitab tabel 1.4 kätte võimaluse kuidas loogilist NING-EI elementi saab asendada loogikalülitusega mis koosneb VÕI-EI elementidest.

Tabel 2.2

a	***b***	ab	$\overline{ab}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{a}+\overline{b}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

a	***b***	$a+b$	$\overline{a+b}$	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{a}\overline{b}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

Loogikaseaduste tõestamisel kontaktskeemide abil joonistatakse võrrandite vasak- ja parempoolsete avaldiste alusel välja kontaktskeemid ning võrreldakse neid omavahel. Avatud kontakt vastab signaalile 0 ning suletud kontakt signaalile 1. Kontaktide jadaühendus vastab loogilisele konjunktsioonile (loogiline NING-funktsioon), kontaktide rööpühendus aga disjunktsioonile (loogiline VÕI-funktsioon). Avanevale kontaktile vastab inversioon ehk loogiline EI-funktsioon. Näiteks saab De Morgani seaduste tõestuse esitada kontaktskeemide abil järgmiselt:

Boole'i ehk loogikafunktsioonide teisendamiseks eraldatakse nende hulgast nn elementaarfunktsioonid. Nendeks on esiteks kõik mõeldavad kahe muutuja funktsioonid, sealhulgas eespool vaadeldud inversioon, disjunktsioon ja konjunktsioon; kahe muutuja funktsioone on kokku 16 (tabel 1.5). Teiseks kuuluvad elementaarfunktsioonide hulka kõik rohkem kui kahe argumendiga funktsioonid, milles argumendid on omavahel seotud kas ainult disjunktsiooni- või ainult konjunktsioonitehtega.

Tabel 2.3

a	***b***	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
		"0"	&	$\underset{ab}{\overline{\rightarrow}}$	a	$\underset{ba}{\overline{\rightarrow}}$	b	$\oplus$	$\vee$	$\overline{\vee}$	~	$\overline{b}$	$\underset{ba}{\rightarrow}$	$\overline{a}$	$\underset{ab}{\rightarrow}$	$\overline{\&}$	"1"
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

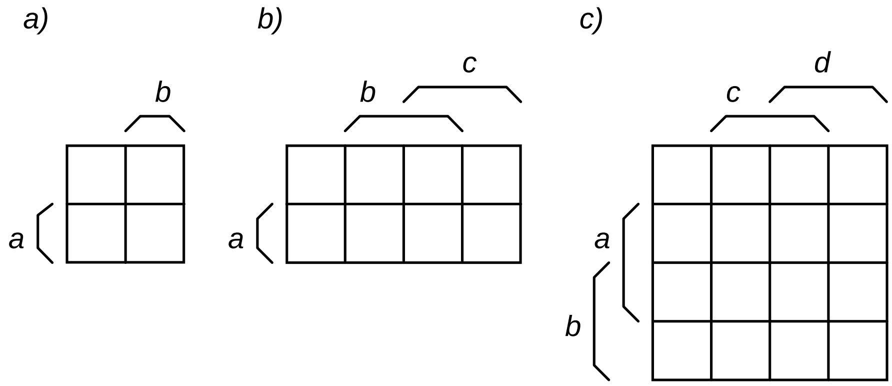
Boole'i funktsiooni standardesituseks on tema normaalkuju. Loogikafunktsiooni normaalkuju koosneb **elementaarkonjunktsioonidest** (konjunktsioonitehte abil seotud otsestest või inverteeritud muutujatest, kus iga muutuja esineb vaid üks kord). Kui loogikafunktsioon on esitatud elementaarkonjunktsioonide disjunktsioonina, nimetatakse esitusviisi funktsiooni **disjunktiivseks normaalkujuks (DNK)**. Vähem kasutatakse loogikafunktsiooni **konjunktiivset normaalkuju (KNK)**, mil funktsioon esitatakse elementaardisjunktsioonide konjunktsioonina. Kui funktsiooni disjunktiivse normaalkuju iga elementaarkonjunktsioon sisaldab kõiki muutujaid, nimetatakse funktsiooni esitusviisi tema **täielikuks disjunktiivseks normaalkujuks** (TDNK). Täielikku disjunktiivset normaalkuju on hõlpus leida loogikafunktsiooni oleku- ehk tõeväärtustabelist.

2.4. Loogikalülituste süntees ja minimeerimine

Loogikalülituste konstrueerimisel on oluline lülitust võimalikult lihtsustada, mis vähendab lülituse hinda ja koostamise töömahtu. Seepärast tuleb juba loogikalülituste sünteesil funktsioone kindlate kriteeriumide järgi minimeerida. Kõige enam on läbi töötatud loogikafunktsioonide täielike disjunktiivsete normaalkujude minimeerimismeetodid. Tavaliselt on eesmärgiks leida minimaalse pikkusega loogikafunktsiooni algebraline avaldis, milles on minimaalne arv sisendmuutujate tähiseid, näiteks **minimaalne disjunktiivne normaalkuju** ehk **MDNK**. Loogikafunktsioonide minimeerimiseks kasutatakse 1) vahetut lihtsustamist, 2) lihtsustamist Karnaugh kaardi abil, 3) Quine - Mc Cluskey meetodit, 4) Blake' i meetodit jms.

Karnaugh kaart on loogikafunktsiooni tõeväärtustabeli ehk olekutabeli erikuju, mida kasutatakse funktsiooni minimeerimiseks. Karnaugh kaart on ruudu- või ristkülikukujuline lahterdatud tabel. Lahtrite arv sõltub funktsiooni sisendmuutujate (argumentide) arvust *n* ning vastab muutujate kombinatsioonide arvule 2^n. Kahe, kolme ja nelja muutuja funktsiooni Karnaugh kaardid on joonisel 1.5. Muutujad ja funktsiooni väärtsused paigutatakse tabelisse nii, et võimalik oleks esitada kõiki muutujate kombinatsioone. See eeldab muutujate erilist paigutust, nagu on näidatud joonisel. Klambriga hõivatud alas on muutujal otsene, väljaspool

klambrit aga inverteeritud väärtus. Karnaugh kaarti saab koostada loogikafunktsiooni tõeväärtustabeli või algebralise võrrandi järgi.
Karnaugh kaardi iseloomulikuks omaduseks on, et funktsiooni väärtused erinevad kõrvuti asuvates lahtrites vaid ühe muutuja poolest, s. t naaberlahtrisse minekul muudab (inverteerib) oma olekut vaid üks sisendmuutuja. Seejuures loetakse naabriteks ka kaardi äärmised vasakpoolsed ja äärmised parempoolsed ning ülemised ja alumised lahtrid. Naaberlahtreid, mis erinevad vaid ühe muutuja poolest, kasutatakse loogikafunktsiooni minimeerimiseks.



Joonis 2.1. Karnaugh kaardid kahe (*a*), kolme (*b*) ja nelja muutuja (*c*) loogikafunktsiooni jaoks

Seejärel kirjutatakse loogikafunktsiooni avaldis disjunktiivsel normaalkujul, milles igale kontuurile vastab elementaarkonjunktsioon muutujatest, mis terve kontuuri jaoks on kas inverteerimata või inverteeritud.

Vaadelgem näidet, mille puhul on loogikafunktsiooni $z = f(a, b, c)$ täielik disjunktiivne normaalkuju

$$z = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc. \qquad (2.22)$$

Funktsiooni 2.22 olekutabel 2.4

a	b	c	z
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Avaldist saab lihtsustada, kui tuua muutujad sulgude ette, kuid see ei kindlusta soodsaima lahenduse saamist. Loogikalülituse minimeerimiseks on otstarbekas kasutada Karnaugh kaarti (joonis 2.2), millele vastab **olekutabel** 2.4, kus on toodud kõigile võimalikele sisendsignaalide kombinatsioonidele vastavad väljundsignaali(de) väärtused. Karnaugh kaardil moodustatakse ühtedega täidetud ruutudest ristkülikukujulised lahtrid suurusega 1, 2, 4, 8, ... ruutu, taotledes et ruudud oleksid nii suured kui võimalik. Kontuurid võivad üksteisega ka kattuda.

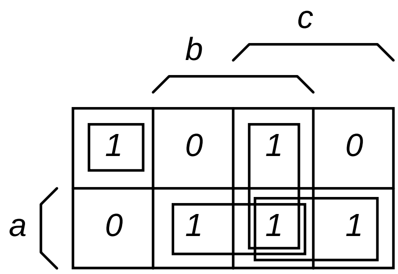
Vaadeldava kaardi tarvis saab kirjutada loogikafunktsiooni järgmisel kujul:

$$z = ab + ac + bc + \bar{a}\bar{b}\bar{c}. \qquad (2.23)$$

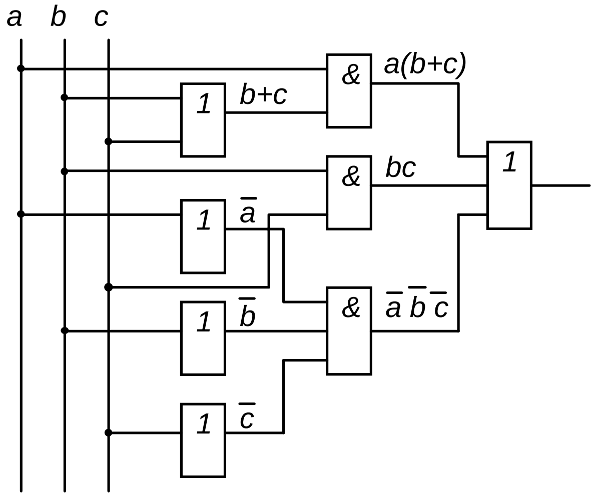
Kui tuua muutujad sulgude ette, saab avaldise tähtede arvu veelgi vähendada

$$z = a(b + c) + bc + \bar{a}\bar{b}\bar{c}. \qquad (2.24)$$

Sellele avaldisele vastab loogikalülitus joonisel 2.3.



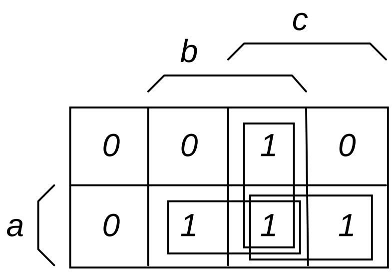
Joonis 2.2. Funktsiooni Karnaugh kaart



Joonis 2.3. Funktsioonile vastav loogikalülitus

Vaadelgem minimeerimise näitena summaatori ülekande loogikafunktsiooni minimeerimist. Loogikafunktsiooni saab esitada Karnaugh kaardiga (joonis 2.4). Kaardil saab eristada kolme naaberlahtrite paari, mille puhul funktsiooni väärtus võrdub ühega.

$$y = a \cdot b \cdot \bar{c} \vee a \cdot \bar{b} \cdot c \vee \bar{a} \cdot b \cdot c \vee a \cdot b \cdot c. \qquad (2.25)$$



Joonis 2.4

Kolme lahtrite paar kohta saab kirjutada loogikafunktsiooni lihtsustatud kujul (2.26).

$$y = a \cdot b \vee a \cdot c \vee b \cdot c. \qquad (2.26)$$

Quine - Mc Cluskey meetodi kohaselt määratakse kõigepealt esmased ehk lihtimplikandid ning seejärel eraldatakse neist olulised lihtimplikandid. Minimeerimise tulemusena saadakse funktsiooni minimaalne disjunktiivne või konjunktiivne normaalkuju. Quine - Mc Cluskey meetodi töötas 1952. aastal välja W. Quine ning seda arendas 1956. aastal edasi E. McCluskey. Samuti nagu ka Karnaugh kaardid, põhineb Quine - Mc Cluskey meetod alljärgneval lihtsustamisreeglil.